

Tilfeldig gang nr. 1/2019

Karl Ove Hufthammer · Anne Marie Fenstad · Geir Drage Berentsen

Innhold

Redaksjonelt

Frå leiaren

Frå redaksjonen

Medlemskontingent for 2019

Lesarbidrag

Statistikk og sannsynligheter i rettspleien

Estimering av «mørketall»

Manglende uttrykk for manglende data – og samsvar mellom observatører

Møte og konferansar

Forkurs i visuell formidling av statistikk

Års- og medlemsmøte i Statistisk forening i Bergen 2018

Meldingar

Nytt frå Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet

Nytt frå Universitetet i Oslo

Nytt frå Nytt fra Oslo senter for biostatistikk og epidemiologi

Pusleri

Løsning på pusleri nummer 50

Pusleri nummer 51

Statistikkrebuser fra 8. etasje

Redaksjonelt

Frå leiaren

Marie Lilleborge

NSF fyller 83 år i april, men NSF regnes også som en fortsettelse av en statistikerklubb som ble stiftet for hundre år siden, 7. januar 1919. En annen fin statistikersak er årets [International Prize in Statistics](#) (den andre i rekken), som går til Bradley Efron for «bootstrap»-metoden fra 1977. Og det bringer meg jo lett til våre egne statistikerpriser: Takk for mange gode nominasjoner til Sverdrupprisene. Komitéen fikk en utfordrende oppgave, og det er akkurat sånn det skal være! Takk for at dere er gode statistikere, og takk for at dere ser

hverandre. Jeg ser frem til Sverdruppris-foredrag på statistikermøtet til sommeren.

Årets statistikermøte er det tjuende i rekken: Det blir stas å treffes på det 20. norske statistikermøtet på Sola Strand Hotel tirsdag 18. til torsdag 20. juni.

Merk at [påmeldingsfristen er 26. april](#). Vi kan se frem til inviterte foredrag fra Sigrunn Holbek Sørbye, Hans Julius Skaug og Manuela Zucknick. Det er også et spennende tilbud om [forkurs i visuell](#)

[formidling av statistikk](#) med Kathrine Frey Frøslie

17.–18. juni. Husk også at Hovedmøtet er en anledning for medlemmer av NSF til å ta opp saker til diskusjon. Du er velkommen til å ta kontakt med meg eller andre i styret innen fire uker før Hovedmøtet med saker du ønsker å ta opp på møtet.



Marie Lilleborge.

NSF ble medlem av [FENStatS](#) 16. november 2018, og ble kastet rett inn i avstemming om årlig medlemsgebyr fra de nasjonale statistikerforeningene. NSF hadde etter vedtak på hovedmøtet i Fredrikstad i 2017 sendt inn søknad om at NSF skulle bli medlemsforening i FENStatS, og på det tidspunktet var avgjørelsen støttet i det faktum at paraplyorganisasjonen FENStatS ikke krevde eller hadde noen kjente planer om å innføre kontingent for sine medlemsorganisasjoner. Men parallelt med at medlemssøknaden vår hadde havnet mellom to stoler, ble vi heller ikke inkludert i diskusjonen rundt endringer i FENStatS som krevde driftsmidler. Jeg har fått skriftlig forklaring fra FENStatS-presidenten Walter Radermacher: FENStatS hadde forventninger den ikke kunne innfri uten økonomiske midler, og Walter stilte derfor som ny president forbehold om at det måtte innføres kontingent og i tillegg skaffes sponsormidler. I 2019 vil NSF bidra med den obligatoriske minimumskontingenten på €100, og så vil vi diskutere saken videre på hovedmøtet til sommeren og vurdere om NSF i fremtiden ønsker å bidra med frivillig tilleggskontingent i foreslått størrelsesorden €200–€600.

Det blir spennende å følge utviklingen i FENStatS fremover, og se hvordan NSF vil dra nytte av og bidra som medlemsorganisasjon. Det er nylig opprettet en Young Statisticians Europe (YSE)-gruppe med formål om å støtte akademisk samarbeid og nettverk for alle som anser seg som unge statistikere. Sjekk ut http://fenstats.eu/young_statisticians.

Smil fra Marie

Frå redaksjonen

Karl Ove Hufthammer

Velkommen til dette påskenummeret av TG!

Fleire av bidraga til dette nummeret kan, med litt velvilje, klassifiserast som påskelektyre.

I påskekrimmen får jo skurken til slutt sin rettargang, og Jostein Lillestøl har i dette

nummeret skrive ein lengre artikkel om nettopp [statistikk i rettspleia](#). Her etterlyser han blant anna ei avklaring frå oss statistikarar om kva statistiske paradigme og kva statistiske metodar me kan/skal nytta når me deltar som statistiske ekspertvitne. Interessant lesnad! Og TG-redaksjonen tar gjerne imot lesarbreve om temaet.



TG-redaksjonen. (Rett nok med julebakgrunn, ikkje påskebakgrunn.) Foto: Roy Miodini Nilsen

Trygve Nilsen ser på tilfellet der me har [gjentekne observasjonar frå ei binomisk fordeling](#) der *både* talet på forsøk og suksess-sannsynet er ukjent. Likevel kan me faktisk estimera begge parametrane, og Nilsen føreslår at dette kan brukast til estimering av mørketal for nokre typar brotsverk.

I [ein terminologiartikkel](#) peikar Stian Lydersen på manglande norsk terminologi for – nettopp – *manglande* data, og kjem med eit forslag på slik norsk terminologi.

Under «møte og konferansar» presenterer me abstrakt for det kommande [\(for\)kurset i visuell formidling av statistikk](#), samt ein rapport frå siste års- og medlemsmøte i [Statistisk forening i Bergen](#).

Og så treng me gjerne litt å pusla med i påskeferien? Jostein Lillestøl har denne gongen komme opp med eit [pusleri med påsketema](#). Kanskje ein kan bruka det som inspirasjon på hytteturen?

Og heilt til slutt startar me ei *ny* spalte, [Statistikkrebuser fra 8. etasje](#). Det er her snakk om åttande etasje ved Matematisk institutt ved UiO, der ein kvar fredag dei siste åra har hatt ein rebus med statistikktema. Utvalde rebuser vert

presenterte her i TG framover. Og sidan det er påske, slår me på stortromma med heile tre rebusar denne gongen!

Og hugs: Har *du* noko statistikkrelatert du ønskjer å dela? Send lesarbidrag til TG-redaktøren på adressa <karl@huftis.org>.

God lesnad!

Karl Ove Hufthammer (redaktør)

Anne Marie Fenstad

Geir Drage Berentsen

Medlemskontingent for 2019

Turid Follestad

Har du husket å betale kontingent i Norsk statistisk forening for 2019? Medlemskontingenten i NSF for 2019 er kr 250,- per år for ordinære medlemmer. Mastergradsstudenter får gratis medlemskap i to år fra innmelding.

Betalingsfrist: **30. april 2019**

Hvordan betale kontingenten?

Kontingenten kan betales på en av følgende to måter:

- Ved overføring til kontonummer 0530.27.73299
- Ved bruk av Vipps, til Vipps-nummer 97112

Vennligst oppgi hvem og hvilket år kontingenten gjelder for ved innbetaling. Det første er spesielt viktig dersom arbeidsgiveren din betaler kontingenten.

Hva gjør vi med pengene?

De største utgiftspostene for NSF er overføringer til [lokallagene i Oslo, Bergen og Trondheim](#), utdeling av [Sverdrup-prisen](#), NSF's medlemskap i the [European Mathematical Society](#) (EMS) og [The International Statistical Institute](#) (ISI), og utgifter i forbindelse med diverse arrangementer (blant annet støtte til studenter ved deltakelse på [det norske statistikermøtet](#)).

Her kan du
betale med
vipps

97112

Vipps-nummer

Hvordan sjekke om kontingenten er betalt?

Alle medlemmene vil få en individuell e-post før betalingsfristen med beskjed om når kontingenten sist ble betalt. Dersom du ikke fikk en slik e-post, eller du har spørsmål om kontingentbetalingen, kan du [kontakte kassereren per e-post](#).

Medlemsregister

For at medlemsregisteret skal være best mulig oppdatert er det viktig at du oppgir eventuell ny post-/e-postadresse ved å sende en e-post til kassereren på <turid.follestad@ntnu.no>. Det er opprettet en egen e-postliste for NSF's medlemmer, nsf-medlemmer@math.uio.no. Dersom du ikke mottar e-post fra denne listen, send den oppdaterte e-postadressen din til kassereren.

På forhånd takk!

*Turid Follestad,
kasserer i NSF*

Lesarbidrag

Statistikk og sannsynligheter i rettspleien

Jostein Lillestøl

Denne artikkelen er skrevet fordi jeg synes temaet er lite diskutert blant norske statistikere, selv om det i høy grad angår statistikere som profesjon. Artikkelen gir bakgrunnsinformasjon om temaet på det internasjonale plan, om situasjonen i Norge, slik jeg oppfatter den, og til slutt litt av min egen erfaring. Mitt håp er å skape diskusjon, og eventuelle oppfølgende initiativ.

Tvistemål dreier seg typisk om fakta og tvil om fakta. Kriminalitet har typisk et element av observasjoner med tilknyttet usikkerhet. Statistisk argumentasjon og sannsynlighetsberegninger har derfor rimeligvis en rolle å spille i mange saker som er aktuelle for rettslig prøving. Aktørene vil imidlertid kunne ha problemer med å forholde seg til slik argumentasjon. I kriminalsaker kan statistiske metoder komme til nytte både til avdekking av mulig kriminalitet og til etablering av beviskjede i saksforberedelsen forut for rettslig prøving. Dette krever en viss statistisk kompetanse, som deretter må kombineres med evne til å formidle de statistiske poenger til retten, slik at de blir vektlagt etter fortjeneste. På den annen side kan forsvaret trenge slik kompetanse til å svekke påtalemaktens mulige urettmessige påstander. I mange saker opptrer ekspertvitner basert på en viss vitenskapelighet, som ofte møtes av tilsvarende

motekspertise. En sjelden gang opptrer også fagstatistikere som ekspertvitner. En statistiker vil typisk kunne uttale seg om generelle sammenhenger og sannsynliggjøre årsaker, mens retten må ta stilling til det enkelte tilfelle. For de fleste statistikere er dette ukjent terreng, med muligheter for å trå feil.

Historisk har bevisvurdering hatt en 0/1-karakter, med lite rom for sannsynligheter. Dette har endret seg mye med årene. Det er sagt at norsk rett har vært tidlig ute med å akseptere «usikre» bevis med tilhørende vektlegging av usikkerheten, også tidligere enn de fleste andre land, herunder våre naboer i Norden, så vel som UK og USA. Norsk juss har lenge operert med begreper som «sannsynlighetsovervekt», «klar sannsynlighetsovervekt»/«overveiende sannsynlig» og «utenfor enhver rimelig tvil». Det er ikke tallfestet i lover eller forskrifter hva de to siste utsagnene skal bety, trolig fordi det kan avhenge av konteksten. Det kan nok reises tvil om hvor godt påtalemakt, forsvarer og dommere er rustet til å forstå, utfordre og vektlegge statistiske resonnementer. Det gjelder også potensielle ekspertvitner. For retten vil typisk en statistikers vitnemål være en del av en samlet bevisvurdering. Da er det viktig at statistikeren forstår sin rolle, og har tenkt over hva som skal til for at retten forstår vitnemålet, og vil tillegge det vekt. En fagstatistiker vil typisk bidra med utsagn med et tilhørende mål for usikkerhet. Problemet for retten er da å kunne vektlegge de statistiske argumenter sammen med eventuelle andre bevis, og ende opp med en 0/1-beslutning – uskyldig eller skyldig. Således er det tilsynelatende enklere for retten å møte en ekspert som var sikker i sin sak.

Litteraturen om det tema går tilbake til 1970-tallet, med Lindley (1977), Miller (1977), van Matre & Clark (1976), og deretter Fienberg & Kadane (1981). Etterhvert avdekket man mange eksempler på dommer basert på manglende bruk eller feil bruk av statistikk. De første initiativ til å gjøre noe med dette kom på 1980-tallet, da statistikere i USA og Storbritannia ble klar over en rekke rettssaker der misbruk av statistikk hadde fått alvorlige konsekvenser. I USA ble et panel bestående av statistikere, samfunnsvitere og rettslærde etablert, et arbeid som munnet ut i en rapport med cases og anbefalinger tilpasset amerikansk rettergang (Fienberg 1989). Samtidig begynte akademiske artikler og bøker angående lovbrudd og statistikk å komme, bl.a. DeGroot et al. (1986), Meier (1986), Tiller and Green (1988), Gastwirth (1992) og Finkelstein and Levin (1990). I Storbritannia har professor Aitken ved University of Edinburgh vært en pådriver gjennom mange år, blant annet med lærebok (Aitken, 1995) og initiativ til konferanser i *forensic statistics*. I USA og Storbritannia har imidlertid bruken av statistiske argumenter i retten vært kontroversielt, og Sir David

Spiegelhalter, som er *Professor of Public Understanding and Risk* i Cambridge og tidligere president i Royal Statistical Society, har nylig gitt uttrykk for følgende.

“*In general, I don’t feel statistical evidence is handled well by the courts. They like either incontrovertible numerical “facts”, or overall expert opinions. But statisticians deal with a delicate combination of data and judgment that often gives rise to “rough” numbers, and these don’t seem to fit well with the legal profession*”.

— COIC & RSS 2017

I Norge har dette ikke vært kontroversielt i samme grad, noe som kan skyldes at norske statistikere ikke har engasjert oss noe særlig eller vist den samme årvåkenhet; se imidlertid Aalen (2007).

I dag brukes ofte begrepet *forensic science* i vid forstand. Historisk var begrepet i hovedsak knyttet til ingeniørfag (eks. ballistikk) og medisin (eks. blod, DNA), mens det i dag kan sies å omfatte ethvert fagfelt som kan bidra til innsamling av fysiske bevis og deres etterfølgende analyse og presentasjon. Jeg har ikke funnet noen god norsk betegnelse. Blant funn på nettet er rettsmedisin (begrensende), rettsvitenskap (villedende) og kriminalteknikk (vitenskapeligheten mangler). Det burde heller ikke være noe i veien for å inkludere metoder for å avdekke økonomisk kriminalitet i begrepet. Innen rammen av *forensic science* har *forensic statistics* funnet sin rettmessige plass, som altså blir noe annet enn kriminalstatistikk.

I de senere år har den juridiske profesjon og den statistiske profesjon i mange land initiert felles prosjekter innen rammen av *forensic science*. De mest omfattende er i USA og i Storbritannia, og de senere år er også EU kommet på banen.

I USA ble initiativ tatt av The National Academies, som omfatter de tre nasjonale akademiene for vitenskap, ingeniørfag og medisin, med støtte av det nasjonale forskningsrådet. I 2009 ble det avgitt en omfattende rapport for styrking av *forensic science* basert på arbeidet i tre komitéer, hvorav én dekket det statistiske fagfeltet. Denne rapporten ledet til engasjement fra American Statistical Association, gjennom komitévirksomhet, møter og publisering. ASA har også avgitt offisielle utsagn med veiledende krav til statistikere i rettsprosessen. Her må en være oppmerksom på at USA praktiserer et

dørvokterprinsipp, som stiller krav til dommere om å vurdere vitenskapeligheten av et bevis før det kan fremlegges. Dette er i motsetning til den norske frie bevisvurdering. Det kan også nevnes at National Institute of Standards and Technology (NIST) finansierer forskning innen «forensic science, policy and practice». Blant annet støttes Center for Statistics and Applications of Forensic Evidence (CSAFE), som er et team med over 60 forskere fra fire universiteter (Iowa State University, University of Virginia, Carnegie Mellon University, University of California at Irvine), med en rekke relevante samarbeidspartnere. Sentret driver forskning i statistisk og probabilistisk bevisføring, og gir muligheter for en rekke doktorgradsstudenter ved de respektive studiesteder.

I Storbritannia har Royal Statistical Society i samarbeid med justisprofesjonen satt i gang prosjektet «Communicating and Interpreting Statistical Evidence in The Administration of Criminal Justice». Det har hittil resultert i fire veiledninger for jurister, dommere, granskere og ekspertvitner. Den første er Aitken et. al. (2010). En forkortet versjon er COIC & RSS (2017), med referanse til alle fire. Se også Fenton (2011).

Innen EU fungerer European Network of Forensic Science Institutes (ENFSI) som paraplyorganisasjon. Den ble etablert i 1995, og Norge er med via Kripos. Nettverket har i hovedsak drevet med utveksling av informasjon og ekspertise. Fra deres nettsider finnes en rekke veiledninger, eksempelvis om *drug sampling*, analyse og rapportering. Utviklingsarbeid skjer i arbeidsgrupper, for tiden 17, i hovedsak definert ut fra arbeidsfeltet (for eksempel DNA). Ingen gruppe ser ut til å ha spesifikt med statistiske metoder og statistikers rolle å gjøre, og *forensic statistics* fremtrer ikke som eget forskningsfelt. «Statistics and the evaluation of forensic evidence» blir tilbudt som nettbasert etterutdanning av University of Lausanne & Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (UNIL-EPFL). Kursopplegget tas over 18 måneder og har seks obligatoriske teorimoduler og valg mellom to spesialmoduler, DNA eller fingeravtrykk. Kurset legger vekt på den rolle sannsynligheter spiller i bevisprosessen, og hvordan man sammenfatter bevis. LR (likelihood ratios) og bayesianske nettverk er gitt betydelig plass.

Også i Norge har vår juridiske profesjon i økende grad innsett at bevisstyrke har med sannsynligheter og statistikk å gjøre. Et synlig bevis for dette er boken *Bevisvurdering – Usikkerhet og sannsynlighet*, skrevet av Erling Eide og utgitt av Cappelen Damm i 2016. Den gir en bred innføring i temaet, og er skrevet for alle rettens aktører – advokater, dommere og rettssakkyndige, samt juridiske

studenter. Den er også interessant lesning for statistikere, som ikke nødvendigvis ser for seg rollen som ekspertvitne. Hva inneholder så denne boken? Det innledende kapittel 1 peker på et mangfold av teorier for beviskrav og bevisvurdering, der hovedskillet går mellom teorier som krever en logisk konsistent historiefortelling (narrative teorier) og teorier som krever rasjonelle normative vurderinger av usikkerheten (sannsynlighetsteorier). Her trekkes fram forskjeller mellom ulike land, og ulike norske syn, der det fremherskende norske synet har rot i bayesiansk sannsynlighetsteori. Boken til Eide tar sikte på bevisstgjøring om dette, og formidling av relevant kunnskap innen denne ramme. Samtidig imøtegår han kritikk mot at norsk rettspraksis ikke er klar for bayesiansk kalkyle. Kapittel 2 begynner med å etablere et datamateriale på grunnlag av et oppdragende case, der juridiske studenter ut fra gitte usikre beviser skal vurdere sannsynligheten for skyld. Her bommer de fleste stygt ved at de overser grunnfrekvensen. Kapitlet fortsetter med å demonstrere at Bayes' formel bringer orden på sakene. Kapittel 3 tar for seg årsaker til statistiske feilslutninger. Her dekkes feil knyttet til begrepene (som forveksling av betingede sannsynligheter). Videre om ekspertfeil og dommerfeil, herunder ulike feiltyper demonstrert i adferdsforskning. Kapittel 4 inneholder mer teori knyttet til Bayes-prinsippet. Kapittel 5 gir eksempler på anvendelser av Bayes' formel på en rekke rettslige problemstillinger, og kapittel 6 gir eksempler på feilslutninger i en rekke konkrete rettssaker, norske og utenlandske. Det avsluttende kapittel 7 inneholder forfatterens refleksjoner om bruk av sannsynlighetsteori i rettspleien. Boken har en svært rikholdig referanseliste. Blant de norske referansene vil jeg peke ut Magnussen et al. (2014), en empirisk studie av sikkerhet i bevisvurdering blant norske fagdommere og lekdommere.

Personlig har jeg som statistiker gjennom årene blitt trukket inn i en rekke saker med økonomisk tilsnitt. Det gjelder noen tvistemål mellom private parter og noen saker med mulig økonomisk kriminalitet, der det offentlige har vært den ene part. I flere av sakene dukket det opp momenter som krevde mer omtanke enn standard statistisk metode. Noen saker ga også opphav til mer generell refleksjon. Her skal kort nevnes to saker. Den første saken, beskrevet i Lillestøl (2001), dreide seg om et supermarked, der en kasseoperatør var anklaget for underslag i forbindelse med korrigering av feilinnslag. Etter at mistanken var vakt, hentet man data for alle de andre operatørene. Det ble klart at den anklagede operatør lå langt utenfor variasjonsområdet for de øvrige. Vedkommende innrømte underslag, men ikke av det omfang som ble sannsynliggjort. Hvor mye operatøren skulle straffes for, var ikke gitt ved det mest sannsynlige beløp eller avviket fra gjennomsnittet av de øvrige. I straffesaker må underslått beløp bevises utover rimelig tvil, og da kan man ikke

straffes for å være en dårlig operatør. Beløpet måtte derfor, grovt sagt, ta utgangspunkt i differensen mellom den anklagede og en tilstrekkelig dårlig lovlydig operatør. Den andre saken dreier seg om bevisvurderingen i en skattesak for et pizzeria, på grunnlag av utvalgsdata, og med gitte krav til sikkerhet, se Lillestøl (2018) [1].

Muligheten for skatteunndragelse lå i å registrere enkelte salg spist på stedet (25 % mva.) som take-away (15 % mva.), og å underrapportere kontantbetalinger. Arbeidet er et bidrag til metodelitteraturen på området, med utgangspunkt i at salgsbeløpene er godt tilpasset Gamma-fordelingen. En rekke alternative modeller undersøkes. I valget av modell må en, utover realisme og enkelhet, ta omsyn til om antakelser og resultater kan kommuniseres til partene og i hvilken grad valget favoriserer én av partene. I tillegg diskuteres en del generelle utfordringer for statistikere som er satt i en rettslig kontekst. Det gjelder blant annet valg av paradigme, frekventistisk eller bayesiansk, og bruken av tilhørende statistiske begreper, konfidensintervall eller prediksjonsintervall. Interessante situasjoner kan oppstå dersom partene møter med ulike paradigmer. Konsekvensen av ulike valg og denne begrepsforveksling er nok liten, så lenge det er tale om ikke-informative a priori-fordelinger, som typisk vil være i samsvar med ekspertvitnets rolle. Det kan derfor synes bekvemt å lukke øynene for feiltolkninger av begrepene.

Likevel spør jeg om ikke norske statistikere som gruppe bør ha et mer avklart forhold til dette, og til statistikk og sannsynlighet i rettspleien generelt. Satt på spissen: Gitt at retten som regel etterlyser direkte sannsynlighetsutsagn fremfor konfidensutsagn, og at det siste som regel misforstås, skal vi ikke enes om at Bayes-paradigmet bør være grunnlaget for norske statistikere som ekspertvitner? Eller skal det være fritt fram for frekventister til å fortsette som før, på tvers av idégrunnlaget for bevisvurdering i norsk rettspleie, slik det kommer til uttrykk i Eide (2016)?

Fotnoter

[1] Skatteetaten har den senere tid satset betydelig på kvantitative analysemetoder, se for eksempel Melsom (2017), med flere eksempler på potensialet til sannsynlighetsberegninger i skattesaker. De senere år har myndighetene gitt støtte til flere prosjekter innen feltet statistikk og skatt, blant annet til Senter for skatteforskning ved NHH.

Litteratur

- Aitken, C.G.C. (1995), *Statistics and the Evaluation of Evidence for Forensic Scientists*, Chichester: John Wiley & Sons.

- Aitken, C., Roberts, P. & Jackson, G. (2010), *Fundamentals of Probability and Statistical Evidence in Criminal Proceedings: Guidance for Judges, Lawyers, Forensic Scientists and Expert Witnesses*, Practitioners Guide No 1. Prepared under the auspices of Royal Statistical Society's Working Group on Statistics and the Law.
- COIC & RSS (2017), *Statistics and Probability for Advocates: Understanding the Use of Statistical Evidence in Courts and Tribunals*, The Council of Inns of Court (COIC) in cooperation with Royal Statistical Society (RSS).
- DeGroot, M.H., Fienberg, S.E. & Kadane, S. P. (eds.) (1986), *Statistics and the Law*, New York: John Wiley.
- Eide, E. (2006), *Bevisvurdering – Usikkerhet og Sannsynlighet*, Oslo: Cappelen Damm.
- Fenton, N. (2011), «Science and law: Improve statistics in court», *Nature*, 479: 36-37.
- Fienberg S.E. & Kadane J.B. (1981), «The presentation of Bayesian statistical analyses in legal proceedings», *The Statistician*, 32: 88-98.
- Fienberg, S.E. (ed.) (1989), *The Evolving Role of Statistical Assessments as Evidence in Courts*, New York: Springer Verlag.
- Finkelstein, M.O. & Levin, B. (1990), *Statistics for Lawyers*, New York: Springer-Verlag.
- Gastwirth, J.L. (1992), «Statistical Reasoning in the Legal Setting», *The American Statistician*, 46:55-69.
- Lillestøl J. (2001), «Data have no meaning when separated from their context», *Teaching Statistics*, 22: 27-29.
- Lillestøl, J. (2018), «Sample statistics as convincing evidence: A tax fraud case». Discussion paper FOR 12/2018. Department of Business and Management Science, Norwegian School of Economics (NHH), Bergen, Norway.
- Lindley D.V. (1977), «Probability and the Law», *The Statistician*, 26: 203-220.
- Magnussen, S. et.al. (2014), «'Utover enhver rimelig tvil?' En kvantitativ studie av sikkerhet i bevisvurdering i straffesaker hos norske fagdommere og lekdommere», *Tidsskrift for rettsvitenskap* 127: 347-365.
- Meier, P. (1986), «Damned liars and expert witnesses», *Journal of the American Statistical Association*, 81: 269-276.

- Melsom, A. M. (2017), «Sannsynlighetsberegninger – et nyttig kontrollverktøy», Skattedirektoratet: Analysenytt 02/2017: 7-11.
- Miller I. (1977), «The position of the expert witness», *The Statistician*, 26: 155-163.
- Tiller, P.A. & Green, E. (eds.) (1988), *Probability and Inference in the Law of Evidence: The Use and Limits of Bayesianism*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- van Matre J.G. & Clark W.N. (1976), «The statistician as expert witness», *The American Statistician*, 30: 2-5.
- Aalen O. O. (2007), «Statistical thinking in criminal cases». I Brantzæg & Eskeland: *Rettsmedisinsk sakkyndighet i fortid, nåtid og fremtid*, Oslo: Cappelen.

Estimering av «mørketall»

Trygve Nilsen

Dette semestret foreleser jeg inferensteori etter Casella & Berger. I avsnittet om momentestimatorer kommer i eksempel 7.2.2 følgende situasjon:

La $X_1, \dots, X_n$ være i.i.d. $\text{binomial}(k, p)$ der både k og p er ukjente. Ved å sette de to første empiriske momentene lik de teoretiske motstykkene får vi

$$\begin{aligned}\bar{X} &= kp \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 &= kp(1 - p).\end{aligned}$$

Dette gir

$$\hat{p} = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\bar{X}} \quad \text{og} \quad \hat{k} = \frac{\bar{X}}{\hat{p}} = \frac{\bar{X}^2}{\bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}.$$

Denne modellen kunne være aktuell for estimering av forbrytelser av en type som er kjent for å ha mange ikke-rapporterte hendelser. I denne modellen er både rapporteringsraten og antall forbrytelser ukjente. En har selvsagt antatt stasjonære forhold.

Boken gir intet eksempel på anvendelse og heller ikke referanse til anvendelse på et reelt datasett. Jeg, og heller ikke de jeg har spurt, har klart å finne gode eksempler på bruk av modellen. To referanser er:

- DasGupta, A., & Rubin, H. (2005). «Estimation of binomial parameters when both n , p are unknown». Journal of Statistical Planning and Inference, 130(1–2), 391–404. <https://doi.org/10.1016/j.jspi.2004.02.019> (nedlastbar forfatterversjon: <http://www.stat.purdue.edu/~dasgupta/publications/binomialn.pdf>)
- Carroll, R. J., & Lombard, F. (1985). «A Note on N Estimators for the Binomial Distribution». Journal of the American Statistical Association, 80(390), 423. <https://doi.org/10.2307/2287908>

Manglende uttrykk for manglende data – og samsvar mellom observatører

Stian Lydersen

Jeg har gleden av å være en av de inviterte bidragsyterne i spalten [Medisin og tall](#) i Tidsskrift for Den norske legeforening. Spalten inneholder en énsides artikkel i hvert nummer, og er åpent tilgjengelig.

Tidsskriftet er meget nøye på at man skal bruke norske ord. Men i enkelte tilfeller finnes de ikke. Artikkelen om manglende data ([Lydersen 2019a](#)) er et eksempel: Begrepene «Missing Completely at Random» (MCAR), «Missing at Random» (MAR) og Missing not at Random» (MAR) er godt innarbeidet i engelskspråklig litteratur. Men tilsvarende norske begrep er ikke innarbeidet.

Da jeg skrev artikkelen, spurte jeg noen kolleger om de hadde kjennskap til, eller forslag til, norske termer. Basert på innspillene som jeg fikk, valgte jeg å bruke begrepene «mangler helt tilfeldig», «mangler betinget tilfeldig» og «mangler ikke-tilfeldig» i ([Lydersen 2019a](#)). Merk at begrepet «mangler betinget tilfeldig» er mer presist enn det engelske «Missing at Random». Hvorfor brukes ikke for eksempel «Missing Conditionally at Random» på engelsk? Kanskje fordi forkortelsen ville blitt MCAR, til forveksling med «Missing Completely at random». Se også «Språkspalten» i samme nummer av Tidsskriftet ([Lydersen 2019b](#)).

En annen artikkel som jeg har skrevet til «Medisin og tall», handlet om samsvar mellom observatører ([Lydersen 2018](#)). Da jeg skrev denne, var jeg ikke kjent med noe etablert norsk begrep for «inter-rater reliability». Etter en rundspørring til noen kolleger, kunne Geir Egil Eide fortelle at han i flere år hadde brukt «samsvar(skoefisient) mellom observatører» i undervisningen. Men han hadde ikke sett dette på trykk. Jeg syntes ideen var god, og valgte «samsvar mellom observatører» i ([Lydersen 2018](#)).

Jeg foreslår at vi bruker disse termene på norsk:

Engelsk	Norsk
Inter-rater agreement	Samsvar mellom observatører
Missing completely at random	Mangler helt tilfeldig
Missing at random	Mangler betinget tilfeldig
Missing not at random	Mangler ikke-tilfeldig

Takk til Geir Egil Eide for forslaget «samsvar mellom observatører».

Referanser

- Lydersen, S. 2018. [«Cohen's kappa: Et mål på samsvar mellom observatører»](#). Tidsskrift for Den norske legeforening, 138, (5) 467.
- Lydersen, S. 2019a. [«Manglende data – sjelden helt tilfeldig»](#). Tidsskrift for Den norske legeforening, 219, (3) 269.
- Lydersen, S. 2019b. [«Manglende uttrykk for manglende data»](#). Tidsskrift for Den norske legeforening, 219, (3) 278.

Stian Lydersen, professor i medisinsk statistikk, NTNU

Møte og konferansar

Forkurs i visuell formidling av statistikk

Anne Marie Fenstad / Kathrine Frey Frøslie

Til sommeren, nærmere bestemt midt i juni, blir [det 20. norske statistikermøtet](#) arrangert i Stavanger. Tradisjonen tro starter møtet med et kurs fra lunsj til lunsj 17.–18. juni. Temaet denne gangen er «Visual communication of statistics», og kursansvarlig er Kathrine Frey Frøslie. Kathrine er ansatt som første-amanuensis ved Norges Miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU). Kurset vil bli holdt på engelsk. Abstrakt:

In an increasingly visually oriented world, good visualisations of quantitative information is crucial for the communication of knowledge and research. In this course we will cover a wide spectrum of topics – and provide hands-on tips.

Monday will focus on visualisation initiated by people from within the statistical community, i.e. the numerically literate. This includes the use of visualisation in research, in education, and when communicating statistics to the general population. Tuesday will be devoted to visualisation of statistics initiated by people outside the statistical community. How do the media handle quantitative information? What about activists? Artists? The advertising industry? How does our own scientific field look through the glasses of others? Speakers will be announced later.



Kathrine Frey Frøslie. For anledningen påskegult antrukket.

Års- og medlemsmøte i Statistisk forening i Bergen 2018

Anne Marie Fenstad

Torsdag 6. desember 2018 klokka 17.00 ble det avholdt årsmøte for [Statistisk forening i Bergen \(SFB\)](#). Det var totalt 7 stemmeberettigede medlemmer til stede. Det sittende styret ble gjenvalgt ved akklamasjon:

- Karl Ove Hufthammer (styreleder)
- Bård Støve (kasserer)
- Anne Marie Fenstad (sekretær)



Jonas Andersson foredrar. Foto: Anne Marie Fenstad

- Geir Drage Berentsen (styremedlem)

Fullstendig referat ligger ute på [hjemmesiden til SFB](#).

Etter årsmøtet hadde vi medlemsmøte med foredrag av Jonas Andersson, professor ved Noregs handelshøgskole (NHH). Tittel på foredraget var «A dynamic binomial model with application to the propensity to use tax amnesty»:

“*In the talk, a model to study the effects of announcement and implementation of international tax information agreements on the propensity to use the Norwegian tax amnesty will be introduced and studied. The model is based on the binomial distribution with a dynamic n for which the initial value has to be estimated. The model is also*



Det var mer enn nok mat til alle! Foto: Anne Marie Fenstad

*extended to a panel
version.*

Foredraget ble holdt på skandinavisk, men med engelske lysark. Det var basert på arbeid gjort sammen med Fred Schroyen og Gaute Torsvik. Det var 14 personer til stede, og etter foredraget koste vi oss med brus og pizza.

Meldingar

Nytt frå Noregs teknisk-naturvitskaplege universitet

Nye ph.d.-gradar

Xin Luo

Bayesian inference for Markov mesh models – applied to inversion of seismic data

Professor Håkon Tjelmeland og biveileder Professor Karl Henning Omre, NTNU

Komité: Professor Andrew Curtis, The University of Edinburgh, Scotland

Assistant Professor Luca Martino, Universidad Carlos III de Madrid, Spain

Professor Ingelin Steinsland, Department of Mathematical Sciences, NTNU

Tittel for prøveforelesning: «Using quantum computers to solve statistical problems»

Disputas: 21. januar 2019

Jacob Skauvold

Ensemble-based data assimilation methods applied to geological process modeling

Professor Jo Eidsvik og biveileder Professor Karl Henning Omre

Komité: Professor Hans Wackernagel, MINES ParisTech - Centre de Géosciences, France

Professor Geir Storvik, Department of Mathematics, University of Oslo, Norway

Associate Professor Sara Martino, Department of Mathematical Sciences, NTNU

Tittel for prøveforelesning: «Gaussian processes for non-parametric prediction»

Disputas: 3. desember 2018

Elias Teixeira Krainski

Statistical Analysis of Space-time Data: New Models and Applications

Professor Håvard Rue (NTNU, nå KAUST) og biveileder Researcher Daniel Peter Simpson (NTNU, University of Toronto)

Komité: Professor Peter Challenor, University of Exeter, UK

Chief Research Scientist Thordis L. Thorarinsdottir, Norwegian Computing Center

Professor Espen Robstad Jakobsen, Department of Mathematical Sciences, NTNU
Tittel for prøveforelesning: «Design for the analysis of computer experiments
using Gaussian process emulators»
Disputas: 5.april 2018

Nytilsette

Benjamin A. Dunn er ansatt som førsteamanuensis i statistikk/datavitenskap
(data science) fra januar 2019.

Geir-Arne Fuglstad er ansatt som førsteamanuensis i statistikk fra januar 2019.

Erlend Aune er ansatt som førsteamanuensis II i statistikk fra januar 2019.

Nytt

Andrea I. Riebler fikk opprykk til professor i august 2018.

Nytt frå Universitetet i Oslo

Nye mastergradar

Maria Hjelset Barbosa

*Improved method for calculating exceedance probabilities of environmental
contours*

Arne B. Huseby og Erik Vanem

Lena Rogstad Johansen

Metoder og metodiske utfordringer for matchede kohortstudier

Sven Ove Samuelsen

Martyna Kalinowska

Component importance in multistate directed network flow systems

Arne B. Huseby

Wei Liu

Pricing of unit-linked insurance policies with respect to turbulent stock markets

David Banos og Frank Proske

Linn Bui Torgersen

Optimal reassuranse per portefølje

Ingrid Hobæk Haff

Xiaoyan Zhang

Rough volatility modelling

Salvador Ortiz-Latorre

Nye ph.d.-gradar

Céline Marie Løken Cunen

Wars and whales: Extensions and applications of confidence curves and focused model selection

Nils Lid Hjort og Bo Henry Lindqvist

Komité: Professor Michael Spagat, University of London

Professor Hans Julius Skaug, Universitetet i Bergen

Førsteamanuensis Riccardo De Bin, Universitetet i Oslo

Disputas: 7. desember 2018

Fabian Andsem Harang

Stability and regularization of stochastic equations driven by fractional and multifractional noise

Frank Norbert Proske og Fred Espen Benth

Komité: Professor José Manuel Corcuera Valverde, Universitat de Barcelona

Professor Jan Ubøe, Norges Handelshøyskole

Professor Tom Lindstrøm, Universitetet i Oslo

Disputas: 14. desember 2018

Aliaksandr Hubin

Bayesian model configuration, selection and averaging in complex regression contexts

Geir Olve Storvik, Ole Christian Lingjærde, Paul Grini og Melinka Butenko

Komité: Reader Leonardo Bottolo, University of Cambridge;

Professor Jo Eidsvik, NTNU

Professor Ørnulf Borgan, Universitetet i Oslo

Disputas: 9. november 2018

Noor 'Adilah Ibrahim

Stochastic modelling of weather risk in energy markets

Fred Espen Benth, Ingrid Hobæk Haff og Almut Veraart

Komité: Professor Silvana Stefani, Università Milano-Bicocca

Professor Delphine Lautier, Université Paris-Dauphine

Førsteamanuensis innsteg: Kristina Rognlien Dahl, Universitet i Oslo

Disputas: 17. januar 2019

Reinaldo Antonio Gomes Marques

On Monte Carlo contributions for real-time probabilistic inference

Geir Olve Storvik og Arnaldo Frigessi

Komité: Lecturer Christopher Nemeth, Lancaster University

Professor Tore Selland Kleppe Universitetet i Stavanger

Førsteamanuensis Riccardo De Bin, Universitetet i Oslo

Disputas: 29. november 2018

Kristina Skutlaberg

Ranking of components in binary and multistate systems through importance measures, optimization and decision analysis

Bent Natvig og Arne Huseby

Komité: Professor Pieter van Gelder, Delft University of Technology;

professor Thore Egeland, NMBU;

[disputato]#Disputas: 1. november 2018

Nytilsette

Azzeddine Bakdi er ansatt som postdoc og Jonas Fredrik Schenkel er ansatt som stipendiat ved Seksjon 2 (Statistikk og Data Science).

Nytt fr  Nytt fra Oslo senter for biostatistikk og epidemiologi

Nytilsette

Emilie Ødegaard er ansatt som vitenskapelig assistent og Jo S. Stenehj m er ansatt som forsker.

Pusleri

Løsning på pusleri nummer 50

Jostein Kåre Lillestøl

Oppgaven var

Per og Pål har kranglet, og som straff har de fått husarrest for resten av kvelden. Begge ønsker imidlertid å gå på Brann-kamp, og går inn i forhandlinger med moren. Hun foreslår følgende:

Her har dere hver deres mynt. Gå til hvert deres rom, og bli der uten å ha kontakt med hverandre. Om 10 minutter kommer dere ned i stuen, enten

med mynten eller lar den være igjen på rommet. Eventuelle mynter dere har med, blir knipset, og ved alt annet enn (bare) kron må dere forbli hjemme, som altså også vil skje dersom begge lar sin mynt bli igjen på rommet.

Hva er sannsynligheten for at Per og Pål kommer seg på kamp, gitt at begge gjør det optimale valg?



Løsning

Dersom begge tar med mynten, er sannsynligheten for å lykkes $\frac{1}{4}$.

Dersom én tar med mynt og den andre ikke, er sannsynligheten for å lykkes $\frac{1}{2}$.

Anta at hver velger en randomisert strategi der $p = P(\text{jeg tar med mynten})$. Da er sannsynligheten for å lykkes

$$p^2 \frac{1}{4} + 2p(1-p) \frac{1}{2} + (1-p)^2 0 = p - \frac{3}{4}p^2.$$

som har maksimum for $p = \frac{2}{3}$, med maksimumsverdi $\frac{1}{3}$.

Optimalisering ved å anta at Per og Pål har ulike sannsynligheter gir selvsagt samme optimale løsning, men kan gi ytterligere innsikt i løsningens karakter.

Anta at hverken Per eller Pål rakk å finne den optimale løsningen, og begge valgte å knipse sin mynt for å bestemme om de skulle ta den med ned i stuen eller ikke. Setter vi inn $p = \frac{1}{2}$ ovenfor, blir sannsynligheten for å lykkes $\frac{5}{16} = .3125$, altså ikke mye redusert. Anta så følgende: Per fant den optimale løsningen og simulerte utfallet med en rettferdig terning som tilfeldigvis var for hånden, eller ved bruk av mynten (hvordan?). Pål, derimot, rakk ikke å finne løsningen, og i sin fortvilelse knipset han sin mynt én gang for å bestemme om han skulle ta den med seg eller ikke. Spørsmålet er da om Pål med dette reduserer sjansene for at brødrene kommer på Brann-kamp. Nei! Beregning av sannsynligheten under denne forutsetningen gir også $\frac{1}{3}$, som trolig er overraskende for mange.

Forklaringen ligger i følgende: Dette er et såkalt kooperativt spill, der teorien for såkalt Nash-likevekt gjelder (etter [John Nash](#), vinner av Nobel-prisen i økonomi i 1994 og Abel-prisen i 2015): Den optimale randomiserte strategi har egenskapen

at den enkelte spiller er indifferent til hva den andre spiller velger. Anta at Per velger å ta med mynten med sannsynlighet p . Da er sannsynligheten for å lykkes $p \cdot \frac{1}{2}$ dersom Pål ikke tar med sin mynt, og $p \cdot \frac{1}{4} + (1 - p) \cdot \frac{1}{2}$ dersom Pål tar med sin mynt. Ved indifferens er disse to sannsynlighetene lik hverandre, og det skjer når $p = \frac{2}{3}$.

Løsningen er utarbeidet med bidrag fra Geir Arne Kjønstad.

Pusleri nummer 51

Jostein Kåre Lillestøl

Brødrene Per og Pål er på hyttetur i påsken med hver sin venninne. Det er bitende kaldt, og guttene har lovet å stå opp tidlig om morgenen og fyre i ovnen. De har bestemt seg for å trekke lodd hver kveld om hvem av de to som må til pers neste morgen. Loddtrekningen skjer ved trekning av en kule fra en skilue med



Foto: Mænsard vokser (fra [Wikimedia Commons](#), redigert). [CC BY-SA 4.0](#).

kuler, hentet fra Kinasjakken. Per har rød kule og Pål blå kule, og den med fargen på uttrukken kule må fyre opp neste morgen. Den første kvelden er det bare én kule av hvert slag i luen. Kvelden etter må den som slapp unna legge en kule til av sin farge i luen, slik at risikoen øker for å bli trukket ut til fyring neste morgen. På dette viset fortsetter de inntil begge guttene har tatt sin tårn. Da startes det på nytt med en kule hver, og slik går dagene.

Per har store forventninger til påsken, og ønsker (og ser for seg) at den skal vare uendelig lenge. Men han gruer seg til å stå tidlig opp.

Hva er forventet antall netter til han må stå tidlig opp og fyre?

Nå varer påskeferien bare syv døgn, og de er enige om at dersom en av dem slipper unna fyringen alle seks første morgener, så skal han fyre den siste.

Hva er nå forventet antall netter til Per må stå tidlig opp? Kommenter!

Send forslag til løsning til <Jostein.Lillestol@nhh.no>.

Statistikkrebuser fra 8. etasje

Céline Marie Løken Cunen

Her følger noen rebuser fra 8. etasje ved Matematisk institutt ved UiO, som hver fredag de siste årene har hatt en statistikkrebus som blir løst i fellesskap.

Svaret er alltid statistikkrelatert. Delordene er fortrinnsvis på engelsk, med mindre annet er spesifisert. Notasjonen [e/o] betyr bytt ut «e» med «o». Svaret er ikke alltid 100 % korrekt stavet (men lydene skal være riktige).

Svar på rebusene kommer i neste nummer av TG.

Rebus 1



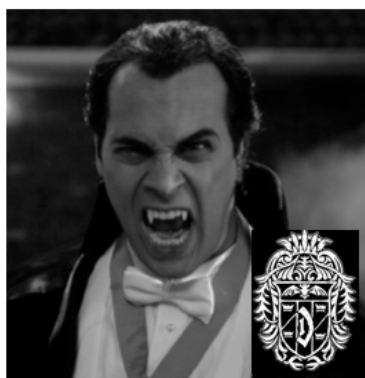
- i +



- a +



Rebus 2



+ ? $= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt$ +

? ⚡ DC

+



- ri

Rebus 3



[e/o] + t +

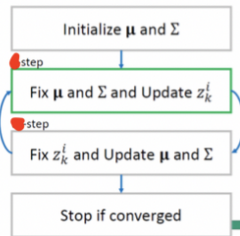


[h/v]

+



-



+



-



+ ne